



الإسم :

رقم الكود:

أجب عن السؤال التالي:إذا كانت $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ وكانت $g(x) = \sin x$:

- (١) أوجد الدالة التركيية $f \circ g$ في أبسط صورة .
- (٢) أوجد النطاق الطبيعي والمدي للدالة $f(x) = \sqrt{1-x^2}$.
- (٣) هل الدالة g واحد لواحد علي نطاقها الطبيعي؟ علل؟.
- (٤) هل الدالة f محدودة؟ علل؟

الحل :

(١) من التعريف نجد أن

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sin x) = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{\cos^2 x} = |\cos x|$$

(٢) حيث أن الدالة f دالة حقيقية ، إذن يجب أن يتحقق أن $1 - x^2 \geq 0$ وهذا يكافئ أن $x^2 \leq 1$ ، أي أن

$$|x|^2 \leq 1 \text{ ، وبالتالي } |x| \leq 1 \text{ ومنها نجد أن نطاق الدالة } D_f = [-1, 1] \text{ للحصول علي المدي :}$$

$$\forall x : x \in D_f \Leftrightarrow 0 \leq |x| \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq x^2 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \geq -x^2 \geq -1$$

$$\Leftrightarrow 1 \geq 1 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 1 \geq \sqrt{1 - x^2} \geq 0$$

إذن مدي الدالة هو $R_f = [0, 1]$.(٣) نلاحظ أن $\pi, -\pi \in D_g = \mathbb{R}$ ، $\pi \neq -\pi$ ورغم ذلك $g(\pi) = \sin \pi = 0 = \sin(-\pi) = g(-\pi)$.إذن الدالة g ليست واحد لواحد علي نطاقها الطبيعي.(٤) حيث أن $R_f = [0, 1]$ ، مجموعة محدودة من أعلي علي سبيل المثال بالعدد ١ ومحدودة من أسفل علي سبيل المثالبالعدد ٠ ، إذن المدي محدود وبالتالي الدالة f محدودة.